۸۱) گزینه «۱» پاسخ صحیح می‌باشد.

از روش جبری برای یافتن تابع انتقال استفاده می‌کنیم:

$$[R+\frac{C}{G_2}H_1-CH_2]G_1G_2=C\Rightarrow C(1+G_1G_2H_2-G_1H_1)=RG_1G_2$$

$$\frac{C}{R}=\frac{G_1G_2}{1+G_1G_2H_2-G_1H_1}$$

---

۸۲) گزینه «۴» پاسخ صحیح می‌باشد.

ابتدا برای سیستم مورد نظر موازنه می‌نویسیم:

$$q_2=ah^n\Rightarrow Q_2=q_2-q_{2s}=ah^n-ah_s^n$$

$$\text{Linear}-\text{Approximation}:ah^n=ah_s^n+anh_s^{n-1}(h-h_s)\Rightarrow Q_2=anh_s^{n-1}(h-h_s)$$

$$\begin{cases}U.S.S:q_1-q_2=A\dfrac{dh}{dt}\\ S.S:q_{1s}-q_{2s}=A\dfrac{dh_s}{dt}\end{cases}\Rightarrow \underbrace{(q_1-q_{1s})}_{Q_1}-\underbrace{(q_2-q_{2s})}_{Q_2}=A\frac{\overbrace{d(h-h_s)}^{dH}}{dt}\Rightarrow Q_1-Q_2=A\frac{dH}{dt}$$

$$Q_1-anh_s^{n-1}H=A\frac{dH}{dt}\xrightarrow{\mathcal{L}}Q_1(s)-anh_s^{n-1}H(s)=AsH(s)\Rightarrow \boxed{\frac{H(s)}{Q_1(s)}=\frac{\dfrac{1}{anh_s^{n-1}}}{\dfrac{A}{anh_s^{n-1}}s+1}}$$

$$\tau=\frac{A}{anh_s^{n-1}}=\frac{A}{q_2'(h_s)}=\frac{1}{1\times\frac{1}{4}\times1^{\frac{1}{4}-1}}=4$$

---

۸۳) گزینه «۳» پاسخ صحیح می‌باشد.

جدول روث را برای این سیستم به صورت زیر خواهد بود:

s^3	1	1
s^2	0^+	1
s^1	$\frac{0^+-1}{0^+}<0$	0
s^0	1	

از آنجایی که دو تغییر علامت در جدول روث اتفاق می‌افتد (یک مرتبه از ردیف دوم به سوم و یک مرتبه از ردیف سوم به چهارم)، در نتیجه این سیستم دو ریشهٔ ناپایدار دارد.

۸۴) گزینه «۴» پاسخ صحیح می‌باشد.

از روش جبری برای یافتن تابع انتقال استفاده می‌کنیم:

$$(R-C)\frac{k}{s}\frac{1}{s+a}=C\Rightarrow\frac{C}{R}=\frac{\frac{k}{s}\frac{1}{s+a}}{1+\frac{k}{s}\frac{1}{s+a}}=\frac{k}{s^2+as+k}=\frac{\frac{1}{k}}{\frac{1}{k}s^2+\frac{a}{k}s+1}=\frac{K_P}{\tau^2s^2+2\tau\zeta s+1}$$

$$\tau^2=\frac{1}{k}\Rightarrow k=\frac{1}{\tau^2}=\frac{1}{0/5^2}=4$$

از آنجایی که سیستم در حالت میرای بحرانی قرار دارد پس $\zeta=1$ می‌باشد.

$$2\tau\zeta=\frac{a}{k}\Rightarrow 2\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{a}{4}\Rightarrow a=4$$

---

۸۵) گزینه «۱» پاسخ صحیح می‌باشد.

تابع انتقال سیستم فنر – وزنه – ضربه‌گیر به صورت $\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{\frac{1}{K}}{\frac{m}{K}s^2+\frac{C}{K}s+1}$ می‌باشد، که در آن m جرم سیستم، K مجموع ثابت فنرهای متصل به سیستم و C مجموع ثابت ضربه‌گیرهای متصل به سیستم است در نتیجه:

$$\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{\frac{1}{k_1+k_2}}{\frac{m}{k_1+k_2}s^2+\frac{C_1+C_2}{k_1+k_2}s+1}\Rightarrow\begin{cases}\tau^2=\dfrac{m}{k_1+k_2}\\ 2\tau\zeta=\dfrac{C_1+C_2}{k_1+k_2}\end{cases}\Rightarrow\tau=\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}},\zeta=\frac{C_1+C_2}{2\sqrt{m(k_1+k_2)}}$$

---

۸۶) گزینه «۱» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$\frac{C}{R}=\frac{3e^{-s}}{s+1+3e^{-s}}$$

$$\text{OFFSET}=\lim_{s\to 0}\{sR(1-\frac{C}{R})\}=\lim_{s\to 0}\{s\frac{1}{s}(1-\frac{3e^{-s}}{s+1+3e^{-s}})\}=\lim_{s\to 0}\{1-\frac{3e^{-s}}{s+1+3e^{-s}})\}=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

---

۸۷) گزینه «۲» پاسخ صحیح می‌باشد.

با توجه به مکان هندسی نشان داده شده پی می‌بریم که سیستم در نقطهٔ فرود دارای ریشه‌های تکراری می‌باشد. پس باید ابتدا مختصات این نقطه را بیابیم.

$$1+GH=1+\frac{k(s+1)}{(s+1)^2+1}=0\Rightarrow k=-\frac{(s+1)^2+1}{s+1}=-(s+1+\frac{1}{s+1})$$

$$BIP:\frac{dk}{ds}=0\Rightarrow -(1-\frac{1}{(s+1)^2})=0\Rightarrow\begin{cases}s=0\\s=-2\end{cases}$$

با توجه به شکل مقدار $s=-2$ مورد قبول می‌باشد که مقدار k به ازای این مقدار برابر خواهد بود با:

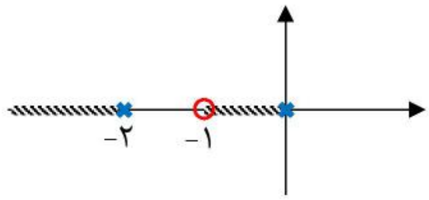
$$k=-\frac{(-2+1)^2+1}{-2+1}=2$$

---

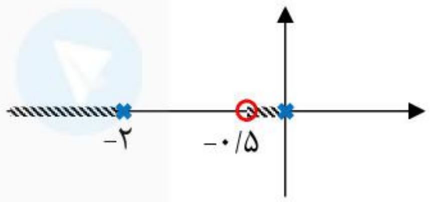
۸۸) گزینه «۳» پاسخ صحیح می‌باشد.

مکان هندسی ریشه‌های این سیستم را رسم می‌کنیم.

حالت اول: $G(s)=\frac{k_c(1+2s)}{s(s+2)}\Rightarrow\begin{cases}p_1=-2,p_2=0\\z_1=-1\end{cases}$



حالت دوم: $G(s)=\frac{k_c(1+s)}{s(s+2)}\Rightarrow\begin{cases}p_1=-2,p_2=0\\z_1=-0/5\end{cases}$



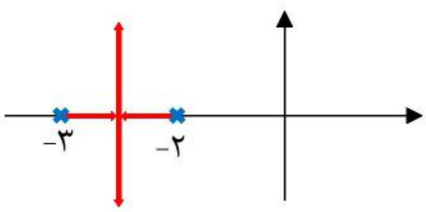
همانطوری که مشخص است، در هیچکدام از دو حالت گفته شده سیستم دارای پاسخ نوسانی نخواهد بود.

---

۸۹) گزینه «۲» پاسخ صحیح می‌باشد.

مکان هندسی ریشه‌های این سیستم را رسم می‌کنیم.

$$GH(s)=\frac{k_c}{(s+2)(s+3)}\Rightarrow\begin{cases}p_1=-2,p_2=-3\\z=\otimes\end{cases}$$



با توجه به مکان هندسی ریشه‌ها حداکثر مقدار kc هنگامیست که مکان از محور افقی جدا می‌شود که همان نقطه تلاقی مجانب‌هاست.

$$\gamma=\frac{-۲-۳}{۲}=-۲/۵\Rightarrow s=-۲/۵$$

$$۱+GH=۱+\frac{k_c}{(s+۲)(s+۳)}=۰\Rightarrow k_c=-(s+۲)(s+۳)\xrightarrow{s=-۲/۵}k_c=۰/۲۵$$

---

۹۰) گزینه «۴» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$GH=\frac{k(۱+\frac{۱}{s})}{(s+۲)^۲}=\frac{k(s+۱)}{s(s+۲)^۲}\Rightarrow\begin{cases}p_۱=۰,p_{۲,۳}=-۲\\z_۱=-۱\end{cases}$$

با توجه به اینکه تعداد مجانب‌ها برابر با دو می‌باشد، مقدار k را باید در نقطه‌ای که مکان از محور افقی جدا می‌شود بدست آوریم:

$$\gamma=\frac{-۲-۲-(-۱)}{۲}=-۱/۵\Rightarrow s=-۱/۵$$

$$۱+GH=۱+\frac{k(s+۱)}{s(s+۲)^۲}=۰\Rightarrow k=-\frac{s(s+۲)^۲}{(s+۱)}\xrightarrow{s=-۰/۵}k=-\frac{-۱/۵\times(-۱/۵+۲)^۲}{-۱/۵+۱}<۰$$

از آنجایی که مقدار k منفی بدست آمد در نتیجه این سیستم هیچگاه به صورت دائمی نوسان نخواهد کرد.

---

۹۱) گزینه «۲» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$G(s)=\frac{k(s+۱)(s+۳)}{s(s+۲)(s+۴)}\Rightarrow G(s)=\frac{۳k\overbrace{(s+۱)}^{\tau=۱}\overbrace{(\frac{۱}{۳}s+۱)}^{\tau=\frac{۱}{۳}}}{۸s\underbrace{(\frac{۱}{۲}s+۱)}_{\tau=\frac{۱}{۲}}\underbrace{(\frac{۱}{۴}s+۱)}_{\tau=\frac{۱}{۴}}}$$

$$\omega:\underset{-۱}{[۰,۱]}\rightarrow\underset{۰}{[۱,۲]}\rightarrow\underset{-۱}{[۲,۳]}\rightarrow\underset{۰}{[۳,۴]}$$

در نتیجه شیب مجانب AR در $\omega=۳/۵$ (در بازه ۳ تا ۴) برابر صفر می‌باشد.

۹۲) گزینه «۲» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$X(t)=\sin t \Rightarrow \begin{cases}\omega=۱\\ A=۱\end{cases} \quad , \quad \frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{\sqrt{۲}(s-۱)e^{-\frac{\pi}{۴}s}}{(s+۱)^{۲}}$$

$$AR=\prod AR_i \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}\sqrt{۱+۱^{۲}\times۱^{۲}}\times۱}{(۱+۱^{۲}\times۱^{۲})}=۱$$

$$\varphi=\tan^{-۱}(-۱)-\frac{\pi}{۴}+۲\tan^{-۱}(۱)=-\frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۴}+۲\frac{\pi}{۴}=\circ$$

$$Y(t)=(AR)(A)\sin(\omega t+\varphi)=\sin t$$

---

۹۳) گزینه «۳» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$۱+GH=s^{۳}+۶s^{۲}+۱۳s+k=\circ$$

روش تستی) مکان هندسی ریشه‌های تابع درجه سه $a_۳s^{۳}+a_۲s^{۲}+a_۱s+a_\circ=\circ$ هنگامی با پاسخ نوسانی دائم خواهد داشت که $a_\circ=\frac{a_۱a_۲}{a_۳}$ باشد. در این حالت فرکانس نوسانات برابر $\omega=\pm\sqrt{\frac{a_\circ}{a_۲}}$ است.

در نتیجه برای معادله مذکور خواهیم داشت:

$$k=\frac{۶\times۱۳}{۱}=۷۸\Rightarrow\omega=\pm\sqrt{\frac{k}{۶}}=\pm\sqrt{\frac{۷۸}{۶}}=\pm\sqrt{۱۳}$$

---

۹۴) گزینه «۴» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$GH=\frac{k(s-۱)e^{-\frac{۳\pi}{۲}s}}{s+۱}$$

$$PM=\pi+\varphi_g=\pi+\tan^{-۱}(-\omega)-\frac{۳\pi}{۲}\omega+\tan^{-۱}(-\omega)\xrightarrow{PM=-\pi}\omega_c=۱$$

$$AR_c=\frac{k\sqrt{۱+۱^{۲}\times۱^{۲}}\times۱}{\sqrt{۱+۱^{۲}\times۱^{۲}}}=k$$

$$GM=\frac{۱}{AR_c}\Rightarrow۲=\frac{۱}{k}\Rightarrow k=\circ/۵$$

۹۵) گزینه «۲» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$G(s)=\frac{1-s}{s+1}\Rightarrow\begin{cases}AR=1\\ \varphi=2\tan^{-1}(-\omega)\end{cases}$$

$$\omega=0\rightarrow AR=1\rightarrow\varphi=0$$

$$\omega=\infty\rightarrow AR=1\rightarrow\varphi=-\pi$$

با توجه به مقادیر بدست آمده نمودار گزینه ۲ تنها میتواند صحیح باشد.