

(۱۳۱) گزینه «۴» پاسخ صحیح می‌باشد.

اختلاف پیشرو از مرتبه دوم برای مشتق مرتبه اول به صورت زیر است:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3y_0 + 4y_1 - y_2}{2h}$$

$$\frac{dy}{dx} = 2 \Rightarrow \frac{-3y_0 + 4y_1 - y_2}{2h} = 2 \Rightarrow -3y_0 + 4y_1 - y_2 = 4h \Rightarrow 3y_0 - 4y_1 + y_2 + 4h = 0$$

(۱۳۲) گزینه «۲» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$f(x) = x^2 + \sin 2x \Rightarrow f'(x) = 2x + 2\cos 2x$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{x_n^2 + \sin 2x_n}{2x_n + 2\cos 2x_n} = \frac{x_n^2 + 2x_n \cos 2x_n - \sin 2x_n}{2x_n + 2\cos 2x_n}$$

(۱۳۳) گزینه «۴» پاسخ صحیح می‌باشد.

برای برآورده شدن شرط همگرایی کفیفست جای سطر اول و دوم را باهم عوض کنیم:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -1 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 6 \\ 20 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 16 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}(16 - 2y) = \frac{1}{4}(16 - 0) = 4 \\ -x + 6y + 2z = 6 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{6}(6 + x_1 - 2z) = \frac{1}{6}(6 + 4 - 0) = \frac{5}{3} \\ 2x + 2y + 5z = 20 \Rightarrow z_1 = \frac{1}{5}(20 - 2x_1 - 2y_1) = \frac{1}{5}(20 - 8 - \frac{10}{3}) = \frac{26}{15} \end{cases}$$

(۱۳۴) گزینه «۱و۴» پاسخ صحیح می‌باشد.

خطای رابطه موجود در رابطه گزینه ۱ و ۴ هر دو از مرتبه ۴ می‌باشند.

(۱۳۵) گزینه «۲» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 4\frac{dv}{dt} + v = 0 \Rightarrow \frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{h^2} + 4 \times \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{2h} + v_i = 0 \Rightarrow$$

$$(1 + 2h)v_{i+1} + (h^2 - 2)v_i + (1 - 2h)v_{i-1} = 0$$

۱۳۶) گزینه «۴» پاسخ صحیح می باشد.

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r_i} \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{\Delta r} + \frac{1}{r_i^2} \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta \theta)^2} = 0$$

از آنجایی که راستای θ راستای متقارن است در نتیجه دمای نقاط آینه‌ای α و β با هم برابر هستند. از طرفی داریم:

$$(r_i)_\alpha = r_0 + i\Delta r = 3 + 1 \times 1 = 4$$

$$\frac{500 - 2T_\alpha + 100}{(1)^2} + \frac{1}{4} \frac{500 - 100}{1} + \frac{1}{4^2} \frac{250 - 2T_\alpha + T_\alpha}{(0/25)^2} = 0 \Rightarrow 950 - 2T_\alpha = 0 \Rightarrow T_\alpha = 317^\circ\text{C}$$

۱۳۷) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

$$h = \Delta r = 0.5 \text{ cm}$$

$$Q = \int_0^R V dA = \int_0^R V (2\pi r dr) = 2\pi \int_0^R r V dr \xrightarrow{f(r)=rV} Q = 2\pi \int_0^1 f(r) dr$$

$$\int_0^1 f(r) dr = \frac{h}{3} [f(0) + 4f(\frac{1}{2}) + f(1)]$$

$$\int_0^1 f(r) dr = \frac{0.5}{3} [0 + 4 \times \frac{1}{4} + 0] = \frac{1}{6} \rightarrow Q = 2\pi \times \frac{1}{6} = \frac{\pi}{3}$$

r(cm)	0	$\frac{1}{2}$	1
$rV(\frac{\text{cm}^2}{\text{s}})$	0	$\frac{1}{4}$	0

۱۳۸) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

$$\text{Euler: } p_{i+1} = p_i + hp'_i = 3 + 1 \times (2 + 3) = 8$$

$$\text{M-Euler: } p_{i+1} = p_i + \frac{h}{2} (p'_i + p'_{i+1}) = 3 + 0.5 \times [(2 + 3) + (3 + 8)] = 11$$

در نتیجه اختلاف دو روش برابر با ۳ می باشد.

۱۳۹) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

$$\frac{1}{\Delta t} \geq D_{AB} \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right) \xrightarrow{\Delta x = \Delta y} 4D_{AB} \Delta t \leq \Delta x^2$$

۱۴۰) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

۱۴۱) گزینه «۴» پاسخ صحیح می باشد.

معادله دیفرانسیل داده شده از نوع معادله دیفرانسیل کوشی اوایلر می باشد که با تغییر متغیر $u = \ln r$ جواب آن به دست می آید.

$$u = \ln r \Rightarrow T'' + (1-u)T' - n^2 T = 0 \Rightarrow T'' - n^2 T = 0 \Rightarrow T(u) = Ae^{nu} + Be^{-nu}$$

$$T(r) = Ar^n + Br^{-n}$$

از آنجایی که استوانه توپر می باشد در نتیجه مقدار B برابر با صفر است و خواهیم داشت:

$$T(r) = Ar^n$$

۱۴۲) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

معادله دیفرانسیل ریکاتی به فرم $y' = a_0(x) + a_1(x)y + a_2(x)y^2$ با تغییر متغیر $y = \frac{-1}{a_2(x)} \frac{u'}{u}$ تبدیل به معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خطی با ضرایب متغیر خواهد شد.

$$\frac{dy}{dx} = -y^2 + yQ(x) + R(x) \Rightarrow y = \frac{-1}{a_2} \frac{u'}{u} = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

۱۴۳) گزینه «۴» پاسخ صحیح می باشد.

در مدل الف) دما تنها تابع طول لوله می باشد زیرا اطراف استوانه عایق و استوانه توپر می باشد.

در مدل ب) دما هم تابع طول استوانه و هم تابع شعاع آن می باشد.

۱۴۴) گزینه «۳» پاسخ صحیح می باشد.

$$2v - v = \frac{dV}{dt} \Rightarrow \int_0^{t_f} v dt = \int_{\frac{V_0}{2}}^{V_0} dV \Rightarrow vt_f = \frac{V_0}{2} \Rightarrow t_f = \frac{V_0}{2v}$$

۱۴۵) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

ترم $a \frac{\partial u}{\partial z}$ نشان دهنده سیال جاری و ترم bu نیز نشان دهنده تولید واکنش می باشد.

۱۴۶) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{h_{\infty}}{\delta k} (T - T_{\infty}) = 0$$

$$\theta = T - T_{\infty} \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) - \frac{h_{\infty}}{\delta k} \theta = 0 \Rightarrow r^2 \theta'' + r \theta' - \frac{h_{\infty}}{\delta k} r^2 \theta = 0$$

$$\theta = T - T_{\infty} = C_1 I_0 \left(\sqrt{\frac{h_{\infty}}{\delta k}} r \right) + C_2 K_0 \left(\sqrt{\frac{h_{\infty}}{\delta k}} r \right)$$

۱۴۷) گزینه «۳» پاسخ صحیح می باشد.

با تغییر متغیر $\theta = T - T_a$ در جهت شعاعی شرایط مرزی همگن بوده و در این جهت بایستی به توابع متعامد و در جهت X به توابع غیر متعامد برسیم. (رد گزینه ۱ و ۲ و ۴)

۱۴۸) گزینه «۴» پاسخ صحیح می باشد.

$$A = 4\pi r_s^2, n_A = C_A \nabla = C_A \left(\frac{4}{3} \pi r_s^3 \right) \Rightarrow dn_A = 4\pi r_s^2 C_A dr_s$$

$$N_A = -\frac{1}{A} \frac{dn_A}{dt} = k_L \Delta C_A \Rightarrow -\frac{1}{4\pi r_s^2} \frac{4\pi r_s^2 C_A dr_s}{dt} = k_L \Delta C_A \Rightarrow \frac{dr_s}{dt} = -\frac{k_L \Delta C_A}{C_A} = -\frac{k_L M_s \Delta C_A}{\rho_s}$$

۱۴۹) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

توزیع دمای یک کره توپر به صورت زیر می باشد:

$$T(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\alpha \lambda_n^2 t} \frac{\sin(\lambda_n r)}{r}$$

۱۵۰) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

از آنجایی که شرایط مرزی هم نوع می باشند داریم: $\lambda_n = \frac{n\pi}{a}$