

(۱۳۱) گزینه «۳» پاسخ صحیح می‌باشد.

معادله داده شده، معادله بسط اصلاح شده می‌باشد که بر اساس اینکه  $v$  عدد صحیح یا اعشاری باشد به یکی از دو صورت زیر است:

$$\begin{cases} y = c_1 I_v + c_2 I_{-v} & v \notin \mathbb{Z} \\ y = c_1 I_v + c_2 K_v & v \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

(۱۳۲) گزینه «۲» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$(1+x^r)y' + xy = 0 \Rightarrow y' + \frac{x}{1+x^r}y = 0$$

$$IF = \exp \int \frac{x}{1+x^r} dx = \exp \frac{1}{r} \ln(1+x^r) = \exp \ln(1+x^r)^{\frac{1}{r}} = (1+x^r)^{\frac{1}{r}}$$

(۱۳۳) گزینه «۴» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$I_0(0) = 1$$

(۱۳۴) گزینه «۱» پاسخ صحیح می‌باشد.

$$x^r \frac{d^r y}{dx^r} + x \frac{dy}{dx} + (x^r - v^r)y = 0$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+s} \Rightarrow y' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+s)a_n x^{n+s-1} \Rightarrow y'' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+s)(n+s-1)a_n x^{n+s-2}$$

$$x^r \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (n+s)(n+s-1)a_n x^{n+s-2} \right] + x \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (n+s)a_n x^{n+s-1} \right] + (x^r - v^r) \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+s} = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+s)(n+s-1)a_n x^{n+s} + \sum_{n=0}^{\infty} (n+s)a_n x^{n+s} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+s+r} - v^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+s} = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(n+s)^r - v^r] a_n x^{n+s} + \sum_{n=r}^{\infty} a_{n-r} x^{n+s} = 0$$

$$[s^r - v^r] a_0 x^s + [(1+s)^r - v^r] a_1 x^{1+s} + \sum_{n=r}^{\infty} [(n+s)^r - v^r] a_n x^{n+s} + \sum_{n=r}^{\infty} a_{n-r} x^{n+s} = 0$$

$$[s^r - v^r] a_0 x^s + [(1+s)^r - v^r] a_1 x^{1+s} + \sum_{n=r}^{\infty} \left( [(n+s)^r - v^r] a_n + a_{n-r} \right) x^{n+s} = 0$$

برای اینکه عبارت سمت چپ برابر با صفر شود بایستی هر کدام از ۳ جمله برابر با صفر شود در نتیجه:

$$[s^r - v^r] a_0 x^s = 0 \xrightarrow{a_0} [s^r - v^r] = 0 \Rightarrow s^r = v^r \Rightarrow s = \pm v$$

$$[(1+s)^r - v^r] a_1 x^{1+s} = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \Rightarrow a_{r(k+1)} = 0$$

$$\sum_{n=r}^{\infty} \left( [(n+s)^r - v^r] a_n + a_{n-r} \right) x^{n+s} = 0 \Rightarrow [(n+s)^r - v^r] a_n + a_{n-r} = 0 \Rightarrow a_n = \frac{-a_{n-r}}{(n+s)^r - v^r}$$

بنابراین گزینه ۱، گزینه نادرستی است.

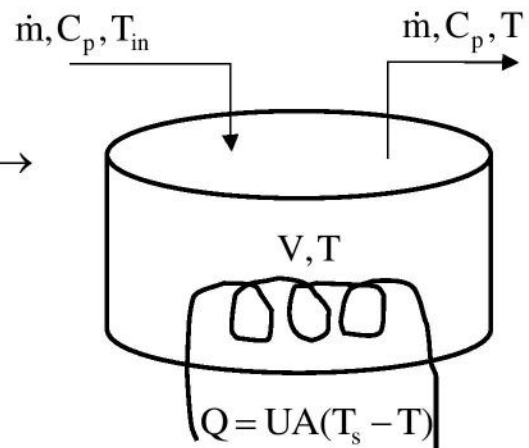
۱۳۵) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

$$\dot{m} C_p T_{in} - \dot{m} C_p T + Q = m C_p \frac{dT}{dt}$$

$$\rho F C_p T_{in} - \rho F C_p T + UA(T_s - T) = \rho V C_p \frac{dT}{dt} \xrightarrow{\div \rho V C_p}$$

$$\frac{F}{V} T_{in} - \frac{F}{V} T + \frac{UA}{\rho V C_p} (T_s - T) = \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dT}{dt} + \left( \frac{F}{V} + \frac{UA}{\rho V C_p} \right) T = \frac{F}{V} T_{in} + \frac{UA}{\rho V C_p} T_s$$



معادله بدست آمده مرتبه اول، خطی و ناهمگن است.

۱۳۶) گزینه «۳» پاسخ صحیح می باشد.

$$\frac{d^r y}{dt^r} - \epsilon \frac{dy}{dt} + \epsilon y = e^{\gamma t} + \sin \epsilon t$$

$$\lambda^r - \epsilon \lambda + \epsilon = (\lambda - \gamma)^r = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_r = \gamma$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h_1(t) = e^{\gamma t} \Rightarrow y_{p,1} = c_1 t^r e^{\gamma t} \\ h_r(t) = \sin \epsilon t \Rightarrow y_{p,r} = c_r \sin \epsilon t + c_{r'} \cos \epsilon t \end{array} \right. \rightarrow y_p = c_1 t^r e^{\gamma t} + c_r \sin \epsilon t + c_{r'} \cos \epsilon t$$

۱۳۷) گزینه «۴» پاسخ صحیح می باشد.

برای ذرات کروی معادله انتقال جرم بصورت زیر است:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + V \cdot \nabla C_A = D_{\text{eff}} \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial C_A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial C_A}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 C_A}{\partial \varphi^2} \right) \pm \text{reaction}$$

از نفوذ در جهت  $\theta$  و  $\varphi$  و ترم های جابجایی در مقابل نفوذ در جهت  $r$  صرف نظر می کنیم و مساله در حالت پایا در نظر می گیریم و از آنجایی ماده  $A$  در حال مصرف شدن است از علامت منفی برای ترم واکنش استفاده می کنیم:

$$D_{\text{eff}} \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial C_A}{\partial r} \right) \right) - kC_A = 0 \Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial C_A}{\partial r} \right) - \frac{kC_A}{D_{\text{eff}}} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 C_A}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dC_A}{dr} - \frac{kC_A}{D_{\text{eff}}} = 0$$

(۱۳۸) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

$$D_A \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dC_A}{dr} \right) - kC_A = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dC_A}{dr} \right) - \frac{kC_A}{D_A} = 0 \Rightarrow r^2 \frac{d^2 C_A}{dr^2} + r \frac{dC_A}{dr} - \frac{k}{D_A} r^2 C_A = 0$$

معادله اخیر، معادله بسل تغییر یافته با ریشه مشخصه  $p = 0$  می باشد. در نتیجه جواب این معادله بصورت زیر است:

$$C_A(r) = c_1 I_0 \left( \sqrt{\frac{k}{D_A}} r \right) + c_2 K_0 \left( \sqrt{\frac{k}{D_A}} r \right)$$

از آنجایی که استوانه توپر است در نتیجه بایستی در مرکز نیز غلظت دارای مقدار باشد. با توجه به اینکه  $K_0(0) = +\infty$  است بایستی ضریب  $c_2$  برابر صفر باشد.

$$C_A(R) = C_{As} = c_1 I_0 \left( \sqrt{\frac{k}{D_A}} R \right) \Rightarrow c_1 = \frac{C_{As}}{I_0 \left( \sqrt{\frac{k}{D_A}} R \right)}$$

$$C_A(r) = \frac{C_{As}}{I_0 \left( \sqrt{\frac{k}{D_A}} R \right)} I_0 \left( \sqrt{\frac{k}{D_A}} r \right) \Rightarrow \frac{C_A}{C_{As}} = \frac{I_0 \left( \sqrt{\frac{k}{D_A}} r \right)}{I_0 \left( \sqrt{\frac{k}{D_A}} R \right)}$$

(۱۳۹) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

$$\rho = \text{cte} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial(uC_A)}{\partial x} + \frac{\partial(vC_A)}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} - kC_A^n$$

معادله انتقال جرم:

$$u \frac{\partial C_A}{\partial x} + C_A \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial C_A}{\partial y} + C_A \frac{\partial v}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} - k C_A^n$$

$$\xrightarrow{C_A \frac{\partial u}{\partial x} + C_A \frac{\partial v}{\partial y} = 0} u \frac{\partial C_A}{\partial x} + v \frac{\partial C_A}{\partial y} + k C_A^n = D \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}$$

۱۴۰) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

راحت ترین راه این است که مشتق گزینه ها را حساب کنیم تا ببینیم کدامیک به تابع  $\text{erf}(x)$  می رسند.

$$\frac{dI}{dx} = \text{erf}(x) + x \times \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - \frac{2x}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} = \text{erf}(x) \quad \text{گزینه ۱:}$$

در نتیجه همین گزینه جواب صحیح است و نیازی به بررسی سایر گزینه ها نیست.

۱۴۱) گزینه «۳» پاسخ صحیح می باشد.

برای برازش داده ها بایستی تابع خطا که بصورت زیر است را مینیمم کنیم:

$$\text{error} = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2$$

۱۴۲) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 + 3x_2 = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}(7 - x_2) = \frac{1}{2}(7 - 1) = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3}(11 - x_1) = \frac{1}{3}(11 - 2) = 3 \end{cases}$$

تذکره: در صورتی که از روش گاوس-سایدل برای حل دستگاه استفاده کنید به گزینه ۱ می رسید.

۱۴۳) گزینه «۳» پاسخ صحیح می باشد.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{x_n^2 - 4}{2x_n} = \frac{2x_n^2 - x_n^2 + 4}{2x_n} = \frac{x_n^2 + 4}{2x_n}$$

$$\xrightarrow{x_1=2} x_2 = \frac{9+4}{2 \times 2} = \frac{13}{4}$$



۱۴۴) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

طرفین معادله را در  $X$  ضرب می کنیم:

$$yx = ax^2 + b \xrightarrow{\substack{yx=Y \\ x^2=X}} Y = aX + b$$

$X = x^2$	$Y = xy$
۱	۰
۱	۰
۴	۲

$$\Rightarrow \sum X_i^2 = 18, \sum X_i = 6, \sum X_i Y_i = 8, \sum Y_i = 2$$

$$\begin{bmatrix} 18 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 18a + 6b = 8 \\ 6a + 3b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3x}$$

۱۴۵) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

برای محاسبه میانگین بایستی از فرمول  $\bar{T} = \frac{\int T dt}{\int dt}$  استفاده کنیم. از آنجایی در صورت سوال اشاره به بهترین تخمین

کرده بایستی از سیمپسون برای محاسبه انتگرال استفاده کنیم. هنگامی که تعداد داده‌ها فرد است ( $N = 2$ ) بایستی

از روش سیمپسون  $\frac{1}{3}$  استفاده کنیم:

$$\bar{T} = \frac{\int T dt}{\int dt} = \frac{\frac{4}{3} \times [49 + 4 \times 45 + 47]}{8} = 46$$

۱۴۶) گزینه «۲» پاسخ صحیح می باشد.

$$y_{i+1} = y_i + hy'_i \Rightarrow y(5) = y(4) + 1 \times [y(4) - 4 + 1] = 2y(4) - 3 = 3 \Rightarrow y(4) = 3$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(y'_i + y'_{i+1}) \Rightarrow y(5) = y(4) + \frac{1}{2}[y'(4) + y'(5)]$$

$$y(5) = 3 + \frac{1}{2}[(3 - 4 + 1) + (3 - 5 + 1)] = 2/5$$

۱۴۷) گزینه «۱» پاسخ صحیح می باشد.

با توجه به جدول بدست آمده از درونیابی پیشرو استفاده شده است:

$$P_r(r) = f_1 + r\Delta f_1 + \frac{r(r-1)}{2!} \Delta^2 f_1 = 25 + 4 \circ r + 7/5r(r-1) = 7/5r^2 + 32/5r + 25$$

$$r = \frac{x - x_0}{h} = \frac{6/2 - 5}{3} = 0/4$$

$$P_r(0/4) = 7/5 \times (0/4)^2 + 32/5 \times 0/4 + 25 = 1/2 + 13 + 25 = 39/2$$

۱۴۸) گزینه «۴» پاسخ صحیح می باشد.

شرط همگرایی برای روش گوس سایدل این است که ماتریس ضرایب غالب قطری (در هر ردیف قطر مطلق عدد موجود در قطر اصلی بیشتر از سایر اعداد موجود در آن ردیف) باشد:

گزینه ۱: ماتریس ضرایب بصورت  $\begin{bmatrix} 22 & -18 \\ 11 & -9 \end{bmatrix}$  است که عدد  $|-9|$  از عدد ۱۱ کمتر است.

گزینه ۲: ماتریس ضرایب بصورت  $\begin{bmatrix} 11 & -9 \\ 22 & -18 \end{bmatrix}$  است که عدد  $|-18|$  از عدد ۲۲ کمتر است.

گزینه ۳: ماتریس ضرایب بصورت  $\begin{bmatrix} 11 & 15 \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$  است عدد ۱۱ از عدد ۱۵ کمتر است.

گزینه ۴: ماتریس ضرایب بصورت  $\begin{bmatrix} 11 & -9 \\ 12 & 13 \end{bmatrix}$  است که غالب قطری است.

۱۴۹) گزینه «۴» پاسخ صحیح می باشد.

$$F(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} x_1^2 + x_2^2 - 10 \\ x_1^2 - 2x_1x_2 + 8 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$J_F = \begin{bmatrix} 2x_1 & 2x_2 \\ 2x_1^2 - 2x_2 & -2x_1 \end{bmatrix} \xrightarrow{x_1=2, x_2=1} J_F = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$$

۱۵۰ هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

با توجه به گزینه‌ها از اختلافات مرکزی استفاده می‌کنیم:

$$D_A \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dC_A}{dr} \right) - kC_A = \frac{\partial C_A}{\partial t} \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dC_A}{dr} \right) - \frac{kC_A}{D_A} = \frac{1}{D_A} \frac{\partial C_A}{\partial t}$$

$$\frac{d^2 C_A}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dC_A}{dr} - \frac{k}{D_A} C_A = \frac{1}{D_A} \frac{\partial C_A}{\partial t}$$

$$\frac{d^2 C_A}{dr^2} = \frac{C_{A_{i+1,n+1}} - 2C_{A_{i,n+1}} + C_{A_{i-1,n+1}}}{(\Delta r)^2} = C_{A_{i+1,n+1}} - 2C_{A_{i,n+1}} + C_{A_{i-1,n+1}}$$

$$\frac{dC_A}{dr} = \frac{C_{A_{i+1,n+1}} - C_{A_{i-1,n+1}}}{2\Delta r} = \frac{1}{2} (C_{A_{i+1,n+1}} - C_{A_{i-1,n+1}})$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = \frac{C_{A_{i,n+1}} - C_{A_{i,n}}}{\Delta t} = C_{A_{i,n+1}} - C_{A_{i,n}}$$

$$\Rightarrow C_{A_{i+1,n+1}} - 2C_{A_{i,n+1}} + C_{A_{i-1,n+1}} + \frac{1}{2r_i} (C_{A_{i+1,n+1}} - C_{A_{i-1,n+1}}) - \frac{k}{D_A} C_{A_{i,n+1}} = \frac{1}{D_A} (C_{A_{i,n+1}} - C_{A_{i,n}})$$

$$C_{A_{i-1,n+1}} \left( 1 - \frac{1}{2r_i} \right) - C_{A_{i,n+1}} \left( 2 + \frac{k+1}{D_A} \right) + C_{A_{i+1,n+1}} \left( 1 + \frac{1}{2r_i} \right) = -\frac{C_{A_{i,n}}}{D_A}$$

تذکر: نزدیکترین گزینه به جواب، گزینه ۳ است. در صورت حذف نشدن سوال توسط سازمان سنجش و در صورتی که

گزینه ۳ را انتخاب کرده باشید جواب شما صحیح در نظر گرفته می‌شود.